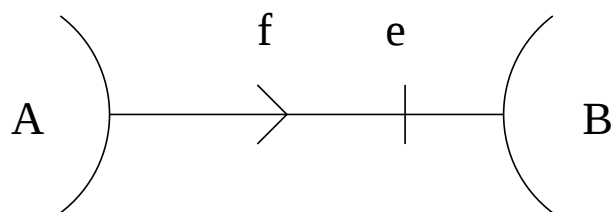


Energibånd

Fysiske fænomener er i reglen forbundet med udveksling af energi mellem forskellige systemer. Udvekslingen af energi mellem to systemer A og B kan vi illustrere grafisk som på figur 1 med en streg, der forbinder de to systemer. Stregen kaldes et *energibånd* eller en vekselvirkning; på engelsk energy bond. Den overførte energi pr. tid, effekten dE/dt vil i almindelighed været givet ved produktet af to variable e og f . e og f omtales under eet som et par af konjugerede variable. e er den generaliserede spænding eller kraft (*effort*) og f er den generaliserede strøm (*flow*). Man kan kende forskel på strøm og spænding



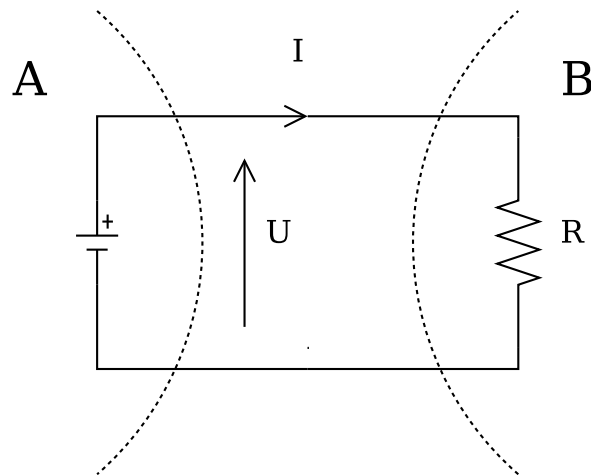
Figur 1 Energetisk vekselvirkning mellem to systemer.

ved, at strømmen skifter fortegn ved tidsvending, mens spændingen er uændret under en tidsvending. Det er klart, at netop een af de konjugerede variable må skifte fortegn ved tidsvending, da deres produkt, energistrømmen gør det. Energibåndet kan have to rumlige retninger, fra A til B eller fra B til A. Vender vi den rumlige retning for energibåndet for den samme fysiske situation, må vi også skifte fortegn på energistrømmens symbolske udtryk. Igen fører det til et een af de konjugerede variable må skifte fortegn. Det er et aksiom - *strøm-orienteringsreglen* - i energibåndsformalismen, at det er strømvariablen, der også i dette tilfælde skifter fortegn. Vi vil bruge to symboler for spænding og strøm, der minder os om dette, nemlig en pil på energibåndet for strømmen og en streg for spændingen. Retningen på strømpilen er den retning, som vi pr.

konvention vælger til at være den positive for energistrømmen. I det følgende gives en række eksempler på energibånd

Elektrisk vekselvirkning I figur 2 er vist et batteri forbundet med en modstand. Her udgør batteriet systemet A og modstanden systemet B, mens de to ledninger, der forbinder batteri og modstand udgør energibåndet (der er kun eet energibånd). e er spændingen U , og f er strømmen I .

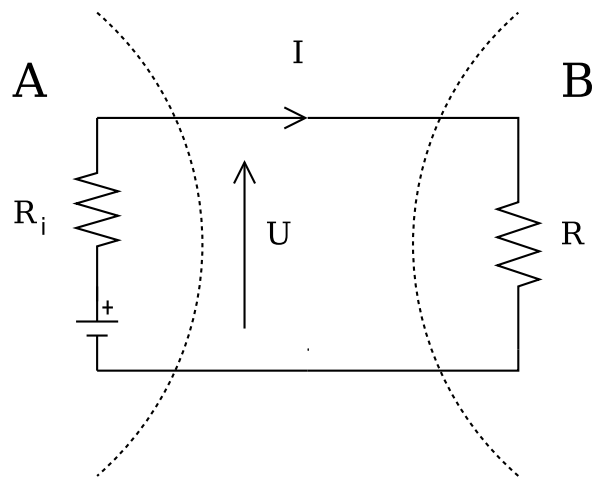
I denne situation er batteriet en *ideel spændingskilde*, der leverer den samme spænding uanset, hvor stor en strøm, der tappes.



Figur 2 En ideel spændingskilde tilsluttet modstand. De to ledninger udgør energibåndet.

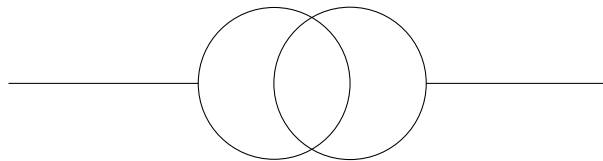
En mere realistisk situation ses i figur 3. Et virkeligt batteri vil ikke kunne levere en vilkårlig stor strøm, og dette kan modelleres ved at tænke sig batteriet bestå af en ideel spændingskilde ϵ i serie med en såkaldt indre modstand R_i . Polspændingen, U vil nu være afhængig af den strøm I , der tappes, idet Ohms lov giver $U = \epsilon - R_i I$. Eksemplet viser, at spænding og strøm i et energibånd i almindelighed bestemmes af begge systemer i fællesskab, hvad der jo også ligger antydnet i ordet vekselvirkning.

Opgave: Ved belastning af et batteri ved hhv. 1A, 5A, 10A og 20A måles de tilsvarende polspændinger til hhv. 11,8V, 10,7V, 9,5V og 6,8V. Plot polspændingen som funktion af strømstyrken. Hvad bliver den elektromotoriske kraft, kortslutningsstrømmen og den indre modstand?



Figur 3 En spændingskilde med indre modstand tilsluttet en (ydre) modstand.

Svarende til en ideel spændingskilde kan man også tænke sig en *ideel strømkilde*, der leverer samme strøm uanset, hvilken spænding, det kræver. Den har i den elektriske verden symbolet i figur 4.



Figur 4 En ideel strømkilde

Opgave: Forklar, hvorledes man tilnærmelsesvis kan konstruere en strømkilde ved hjælp af en spændingskilde og en stor modstand.

Termisk vekselvirkning. Som det næste eksempel tænker vi os en elkedel eller en dyppekoger. Varmeelementet i en elkedel er en simpel modstand, R , der bliver opvarmet ved den energi, den elektriske strøm, I afsætter. Effekten (varmeenergien afsat pr. tid) er ifølge Joules lov $P = RI^2$. Alternativ kan man udtrykke effekten ved spændingen V , altså $P = V^2/R$. Det virker naturligt for varmfænomener at lade strømvariablen være varmestrømmen, I_h målt i Joule pr. sekund, altså effekten ($I_h = P$). Vi tilføjer et lille index h (heat)

for at skelne fra elektrisk strøm. Den tilhørende konjugerede variabel må være temperaturen, T . Det er jo temperaturforskelle, der får varme til at flyde i analogi til, at det er spændingsforskelle, der får elektriske strømme til at løbe.

Imidlertid skulle produktet af generaliseret strøm og generaliseret spænding give overført energi pr tid, og da varmemstrøm allerede har denne dimension, kunne man tro, at der er noget galt, og at den generaliserede spænding skulle være dimensionsløs eller måske ligefrem blot være konstanten 1? Det kræver en længere diskussion at bringe dette på plads; men det viser sig at energibåndsformalismen udmærket gør rede også for termiske vekselvirkninger.

Det følger af termodynamikkens 2. hovedsætning, at varmeenergi i en vis forstand ikke har samme kvalitet som f.eks mekanisk eller elektrisk energi. Den del af varmeenergien, der kan omsættes til mekanisk arbejde i f.eks. en dampmaskine kaldes den fri energi, exergien eller available energy, A . Man kan kun udnytte varmeenergien, hvis man kan flytte den fra et reservoir med temperaturen T til et andet med en lavere temperatur T_0 . Den brøkdelen af varmeenergien, der kan udnyttes er givet ved Carnot-faktoren $1 - T_0/T$. Med andre ord gælder $dA/dt = I_h(1 - T_0/T)$, og vi må identificere Carnot-faktoren med den generaliserede spænding. Temperaturerne skal her måles fra det absolutte nulpunkt og for små temperaturvariationer, hvor $T \approx T_0$ bliver Carnot-faktoren blot $(T - T_0)/T_0$. Den konstante faktor T_0 i nævneren har ingen betydning for beskrivelsen i energibåndsmodellerne, og derfor er det retfærdiggjort, at for små temperaturvariationer kan $\Delta T = T - T_0$ vælges som den generaliserede spændingsvariabel, e i termiske netværk.

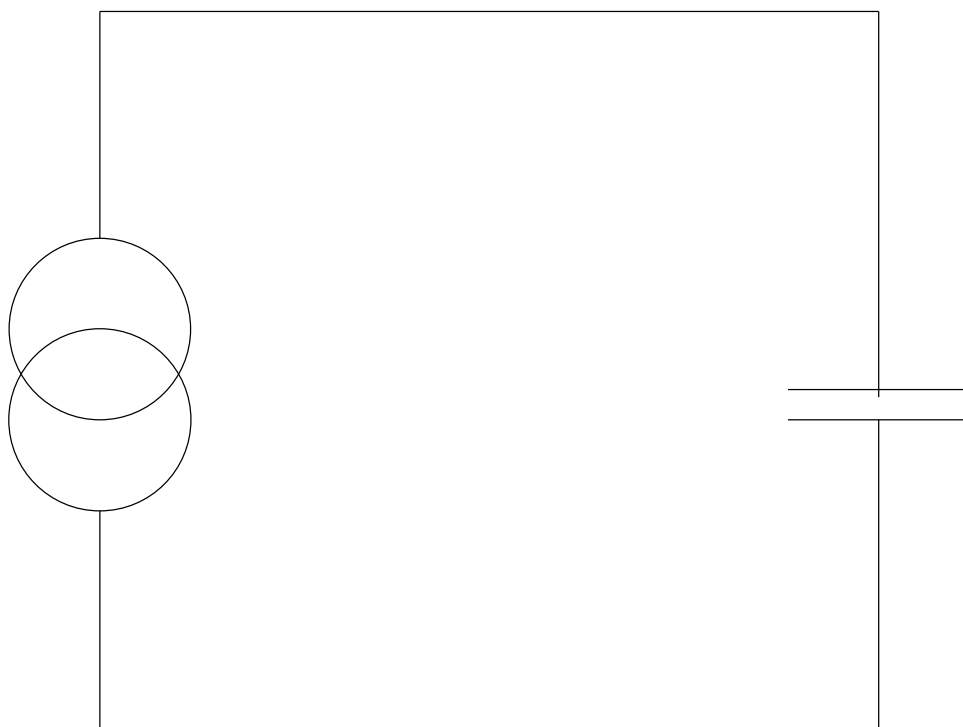
Lad os vende tilbage til elkedlen. Varmestrømmen I_h går til at varme vandet i kedlen op. Hvis den totale varmekapacitet (J/K) er C så vokser temperaturen proportionalt med tiden, $\Delta T = I_h t / C$.

Som vi siden skal se, findes der et elektrisk kredsløbselement analogt til varmekapaciteten af et legeme. Det betegnes den elektriske kapacitet og har som symbol to parallelle streger. Opvarmningen af vandet i elkedlen kan derfor beskrives ved et elektrisk ækvivalensdiagram som i figur 5.

Opgave: Det tager 4 min. at bringe 1 l koldt vand i kog i en elkedel tilsluttet lysnettet. Hvor stor er effekten, den elektriske strømstyrke og varmeelementets modstand? Hvad betyder det for regnestykket, at der er tale om vekselstrøm?

Mekanisk vekselvirkning

Opgave: Gør rede for at de konjugerede variable i mekaniske systemer er kraft og hastighed.



Figur 5 Opvarmning af vand i en elkedel. Varmeelementet repræsenteres af en ideel strømkilde og vandet af en kapacitor.

Opgave: Gør rede for at de konjugerede variable i hydrodynamiske systemer er trykket og volumenstrømmen.

Opgave: Gør rede for at de konjugerede variable i roterende mekaniske systemer er moment og vinkelhastighed.

Henvisning: Se også Peder Voetmann Christiansen, *Dynamik og Diagrammer*, IMFUFA-tekst 8 (1978) s.8-29.