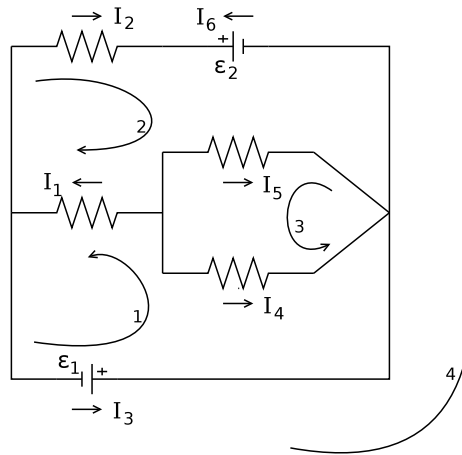


Kirchhoffs love.

Kirchhoffs love spiller en central rolle i fysisk systemteori, hvor modellering består i at sammensætte simple byggestene. Lovene er mest kendt inden for lineære elektriske netværk. Inden vi formulerer Kirchhoffs love vil vi først fastlægge orienteringsregler for strøm og spænding i elektriske netværk.

Orienteringsregler. Et elektrisk netværk består af en række netværkselementer. Se figur 1. Disse er forbundet i samlinger kaldet *knuder*. En vilkårlig lukket vej rundt i netværket fra en knude tilbage til samme knude kaldes en *maske*. For hvert element tegnes en *strømorienteringspil* og et symbol I for størrelsen



Figur 1 Et eksempel på et elektrisk netværk

af strømmen. Hvis I er positiv, går den virkelige strøm i pilens retning. Hvis I er negativ, går den virkelige strøm imod pilens retning. Man kan nu vælge at opfatte elementet som en energikilde eller som en energibruger (= negativ kilde). Er det en *kilde*, betegnes den potentialstigning, der sker i strømpilens retning, for en elektromotorisk kraft ϵ .

Man kan sætte et $+$ ved ledningen nærmest pilespiden for at angive at, hvis ϵ er positiv, vil potentialet være størst her.

Opfattes elementet istedet som en *bruger*, betegnes det potentialfald, der sker i strømpilens retning, for et spændingsfald, U

Man kan sætte et + ved pileroden for at angive at, hvis U er positiv, vil potentialet være størst her.

For hver maske tegnes en *maskeorienteringspil*, der angiver i hvilken retning, elektromotoriske kræfter og spændingstab regnes positive i maskeloven (se nedenfor). Læg mærke til, at for tilstrækkeligt udviklede netværk som figur 1, kan maskeorienteringer og strømorienteringer ikke overalt vælges i samme retning.

Kirchhoffs love. Der er to love

1) *Knudeloven eller strømloven.* Summen af strømme ind imod et knudepunkt er 0.

2) *Maskeloven eller spændingsloven.* Summen af elektromotoriske kræfter er lig summen af spændingsfald rundt i en maske.

For både 1) og 2) gælder, at dersom man løber imod den valgte strømorientering, skal strømmen hhv. spændingen istedet fratrækkes.

Hvis vi i eksemplet figur 1 lader U_n betegne spændingsfaldet over modstanden med strømmen I_n , så gælder

$$\text{maske 1: } \epsilon_1 = -U_4 + U_1$$

$$\text{maske 2: } -\epsilon_2 = -U_5 + U_1 + U_2$$

$$\text{maske 3: } 0 = -U_5 + U_4$$

$$\text{maske 4: } \epsilon_1 + \epsilon_2 = -U_2$$

Der er flere masker, Vælg orientering for disse og stil maskeligningerne op. Af knudeligninger kan nævnes

$$I_2 + I_6 = 0, I_1 - I_2 - I_3 = 0, I_3 + I_4 + I_5 - I_6 = 0$$

Til illustration af brugen af Kirchhoffs love vil vi udlede de kendte regler for beregning af erstatningsmodstanden for hhv. serie- og parallelforbindelse af to modstande.

Serieforbindelse. Fra figur 2 finder vi knudeligningerne

$$k_1 : I - I_1 = 0$$

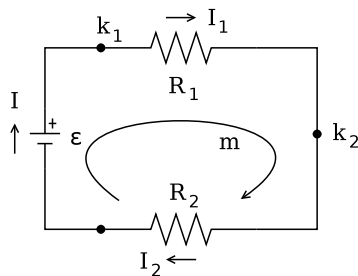
$$k_2 : I_1 - I_2 = 0$$

og maskeligningen

$$m : \epsilon = U_1 + U_2$$

Knudeligningerne fører til $I = I_1 = I_2$ og maskeligningen kombineret med Ohms lov giver

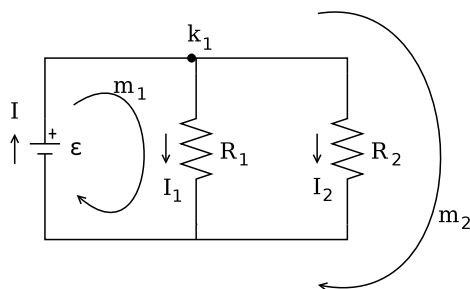
$$\epsilon = R_1 I_1 + R_2 I_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I$$



Figur 2 En serieforbindelse af to modstande

Set fra kildens synspunkt kunne de to modstande lige så godt være erstattet med een modstand R med værdien,

$$R = R_1 + R_2$$



Figur 3 En parallelforbindelse af to modstande

Parallelforbindelse. Fra figur 3 finder vi knudeligningen

$$k : I - I_1 - I_2 = 0$$

og maskeligningerne

$$m_1 : \epsilon = U_1$$

$$m_2 : \epsilon = U_2$$

Kombineres maskeligningerne med Ohms lov fås hhv $\epsilon = R_1 I_1$, $\epsilon = R_2 I_2$ eller $I_1 = \epsilon/R_1$, $I_2 = \epsilon/R_2$, hvorefter knudeligningen giver

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\epsilon}{R_1} + \frac{\epsilon}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\epsilon$$

Skrives dette

$$\epsilon = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} I$$

ser vi, at erstatningsmodstanden er

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Ofte udtrykkes dette snarere ved, at de reciprokke modstande også kaldet ledningsevnerne, Λ er additive. Altså

$$\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_2$$

hvor $\Lambda = 1/R$, $\Lambda_1 = 1/R_1$, $\Lambda_2 = 1/R_2$.

Et mindre trivielt eksempel ville være beregning af erstatningsmodstanden for Wheatstones bro.