Statistikkursus
Forår 2000

Jørgen Larsen
14. februar 2000

Besvarelse af Opgave 1.5 i hæftet om binomialfordelingen

1. Den statistiske model er som følger: Antallet Y af gevinstdage på en uge er binomialfordelt med antalsparameter $n = 5$ og ukendt sandsynlighedsparameter p. – Sagt på en anden måde:

$$\mathrm{P}(Y = y) = \binom{5}{y} p^y (1-p)^{5-y}, \quad y = 0, 1, 2, 3, 4, 5.$$

2. Generelt er middelværdien i binomialfordelingen med parametre n og p lig np, specielt er i det foreliggende tilfælde $\mathrm{E}\,Y = 5p$.

   [her burde være en graf]

3. Generelt er variansen i binomialfordelingen med parametre n og p lig med $np(1-p)$, specielt er i det foreliggende tilfælde $\mathrm{Var}\,Y = 5p(1-p)$.

   [her burde være en graf]

   Variansen er størst når $p = \frac{1}{2}$, og størsteværdien er $5 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \frac{1}{2})$.

4. At det forventede antal gevinstdage på en uge skal være lig med 1, vil sige at $\mathrm{E}\,Y = 1$, dvs. $5p = 1$, hvoraf følger at p skal være lig med $1/5$.

   [her burde være en graf]

   Variansen i binomialfordelingen med $n = 5$ og $p = \frac{1}{5}$ er
   $5 \cdot \frac{1}{5} \cdot (1 - \frac{1}{5}) = \frac{4}{5}$.

5. Lad os indføre den stokastisk variabel Z som skal stå for antal uger (ud af de 10) hvor fru Hansen ikke vinder en eneste dag. Så er Z binomialfordelt med antalsparameter $n_1 = 10$ og sandsynlighedsparameter
   $p_1 = \mathrm{P}(Y = 0) = \binom{5}{0} (\frac{1}{5})^0 (1 - \frac{1}{5})^5 = 0.328$.

   Det forventede antal uger uden gevinst er derfor
   $\mathrm{E}Z = n_1 p_1 = 10 \cdot 0.328 = 3.28$.