Skriftlig 4-timers prøve i
TERMODYNAMIK OG STATISTISK MEKANIK
Mandag 31/1-2011, kl 10.00-14.00

Opgavesættet består af tre opgaver på ialt to sider. Vægtning er angivet på opgaverne, hvert underspørgsmål indenfor en opgave har sammen vægt.

Skriveredskaber og en simpel lommeregner (dvs. en, som **ikke** kan lave grafer eller symbolsk manipulation) er tilladt. "Golden Sheet" (3 sider) er vedlagt. Ingen øvrige hjælpemidler er tilladt.

Problem 1 (30 %)

a) Vis at total differentialet af entropien kan skrives som:

$$TdS = VT\alpha_S dP + \frac{C_P}{V\alpha_P}dV. \tag{1}$$

Betragt nu en kvasistatisk volumen ændring (fra V_1 til V_2) ved konstant tryk.

b) Vis at den tilførte varme er givet som:

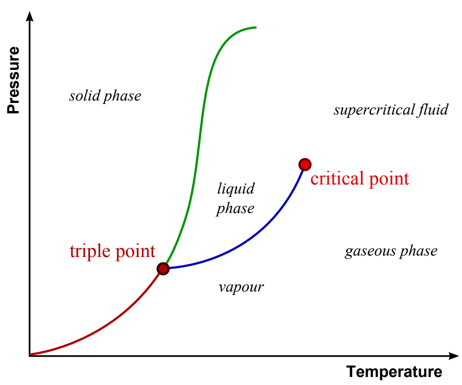
$$Q = \int_{V_1}^{V_2} \frac{C_P}{V\alpha_P}dV \tag{2}$$

og evaluer dette integral for en diatomisk idealgas.

c) Beregn arbejdet udført på denne idealgas, og ændringen i termisk energi af idealgassen.

Problem 2 (30 %)

Betragt et system med flere faser (så som væske og gas faserne). Figuren viser et eksempel på et "fasediagram" for et sådant system, som funktion af temperatur og tryk.



Eksempel på at (T,P) fasediagram. Diagrammet viser hvilke fase som er den stabile for en givet temperatur og tryk. Linerne som separerer faserne kaldes "faseseparationslinjer".

a) Hvilken fysisk størrelse bestemmer hvilken fase som er den stabile fase ved et given punkt i fasediagrammet, og hvad er kriteriet for "faseseparationslinjerne"?

b) Vis at hældningen af "faseseparationslinjen" kan findes som:

$$\left.\frac{dP}{dT}\right|_{\text{af faseseparationslinjen}} = \frac{L_{\text{total}}}{T\Delta V}. \tag{3}$$

Hvor L_{total} er den totale latente varme associeret med transformationen af en given mængde af stoffet og ΔV er ændringen i volumen associeret med transformationen af samme mængde stof.

Betragt nu vand, som har en specifik latent varme på $L_{\text{specifik}} = 2260\text{J/g}$ og en molar masse på 18g/mol.

c) Beregn et groft estimat for kogepunktet for vand på toppen af Mount Everest, hvor trykket er $\approx 1/3$ af trykket ved havniveau (som er $1 \cdot 10^5\text{Pa}$). Når du evaluere højresiden af ligning (3) må du bruge havniveau værdierne for L_{total}, T og ΔV.
(*Hint:* Du må betragte vanddamp som en idealgas.)

Problem 3 (40 %)

Betragt et "to tilstands paramagnetisk system" som består af N uafhængige dipoler. Hver dipol kan være i èn af to tilstande; en med energi 0 (som kaldes "ned tilstanden") og en med energi $\epsilon > 0$ (som kaldes "op tilstanden").

Betragt systemet som værende i termisk kontakt med et varmebad med temperatur T.

a) Find Helmholtz fri energi som funktion af T.

b) Find ligevægts entropien som funktion af temperaturen.

c) Beregn $T = 0$ og $T = \infty$ grænserne af entropien, diskuter resultaterne i relation til hvad man forventer i disse grænser.

Betragt nu et system som består af to sådanne dipol systemer som er svagt koblede men ellers *isolerede* fra omgivelserne. Hvert af de to dipol systemer har et totalt antal dipoler på henholdsvis N_1 og N_2, og et antal dipoler i op tilstanden på henholdsvis $n_{\text{op},1}$ og $n_{\text{op},2}$.

Den total energi i systemet er $E = \epsilon(n_{\text{op},1} + n_{\text{op},2})$, og du må antage at $N \gg 0$, $n_{\text{op}} \gg 0$ og $n_{\text{ned}} \gg 0$ for begge dipol systemer.

d) Vis at entropi af delsystem 1 er givet som:

$$S_1 = k_B[N_1 \ln(N_1) - n_{\text{op},1} \ln(n_{\text{op},1}) - (N_1 - n_{\text{op},1}) \ln(N_1 - n_{\text{op},1})] \tag{4}$$

e) Diskuter kriteriet for at være i ligevægt, og vis ved en eksplicit beregning at følgende holder i ligevægt:

$$\frac{n_{\text{op},1}}{n_{\text{op},2}} = \frac{N_1}{N_2}. \tag{5}$$

(hint: vis først at $\frac{\partial n_{\text{op},2}}{\partial n_{\text{op},1}} = -1$)

Eksamenssættet er slut.