

Skriftlig 4-timers prøve i  
TERMODYNAMIK OG STATISTISK MEKANIK  
Fredag d. 18 Januar 2008, kl. 10.00-14.00

Opgavesættet består af tre opgaver på to sider. Vægtning er angivet på opgaverne. Skriveredskaber og en simpel lommeregner tilladt. "Golden Sheet" vedlagt. Ingen øvrige hjælpemidler tilladt.

7.5 ECTS (Bachelorkurset)

## Opgave 1 (40%)

Vi betragter et system bestående af  $N$  uafhængige magnetiske spin. Placeret i et magnetfelt af størrelsen  $B$  har hvert enkelt spin tre mulige tilstande med energierne henholdsvis  $+\mu_B B$ ,  $0$  og  $-\mu_B B$ , hvor  $\mu_B$  er Bohr's magneton.

a) Opskriv tilstandssummen  $Z$  for det samlede system bestående af  $N$  uafhængige spin.

b) Beregn Helmholtz fri energi  $F$  for systemet.

c) Beregn systemets entropi som funktion af temperaturen.

d) Find entropien i grænsen  $T \rightarrow 0$  og i grænsen  $T \rightarrow \infty$ , og giv en fysisk fortolkning af resultaterne.

e) Vi betragter nu et system identisk med det ovenstående, bortset fra at energierne af de tre tilstande for de enkelte spin nu er givet ved henholdsvis  $+\mu_B B$ ,  $-\mu_B B$  og  $-\mu_B B$ . Angiv entropien af systemet i grænsen  $T \rightarrow 0$ .

## Opgave 2 (20%)

a) Bevis formelen:

$$\langle E \rangle = -\frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \beta}$$

.

b) Bevis formelen:

$$C_v = \frac{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2}{k_B T^2}$$

.

### Opgave 3 (40%)

a) Vis at der generelt gælder følgende sammenhæng mellem den adiabatiskke udvidelseskoefficient, den isochore varmekapacitet og den isochore trykkoefficient:

$$\alpha_S = \frac{C_v}{TV\beta_V}. \quad (1)$$

Vi betragter nu en gas med følgende tilstandsligning, hvor  $a$  og  $b$  er positive konstanter:

$$p = \frac{Nk_B T}{V - Nb} - a \left(\frac{N}{V}\right)^2. \quad (2)$$

Gassens indre energi er givet ved:

$$U = \frac{f}{2} Nk_B T - N \cdot a \frac{N}{V} \quad (3)$$

- b) Beregn gassens isochore trykstigningskoefficient  $\beta_V$ .
- c) Beregn gassens adiabatiskke udvidelseskoefficient  $\alpha_S$ .
- d) Gassen placeres i en beholder der er termisk isoleret fra omgivelserne. Vha. et stempel øges beholderens volumen nu langsomt med 5%. Opskriv et udtryk for den resulterende temperaturændring.
- e) Vi ser nu på samme proces som i spørgsmål d), men gassen er nu en diatomisk ideal-gas. Start-temperaturen er 30°C. Hvad er slut-temperaturen?