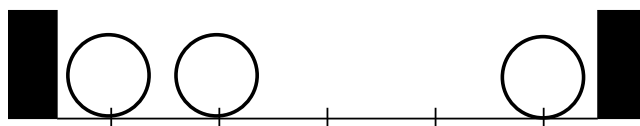


ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER  
Skriftlig 4-timers prøve i:  
TERMODYNAMIK OG STATISTISK MEKANIK  
Tirsdag d. 24 Januar 2006, kl. 10.00 - 14.00

Opgavesættet består af to opgaver. Vægtning er angivet på opgaverne. Alle sædvanlige hjælpemidler tilladt.

**Opgave 1 (50%)**

Vi betragter en model hvor 3 identiske atomer befinder sig i et 1-dimensionalt gitter, med 5 gitter-pladser (der er højst plads til et atom på en gitter-plads):



Hvis to nabopladser i gitteret begge er besat af et atom bidrager dette med  $-\epsilon$  til tilstandens samlede energi, hvor  $\epsilon$  er en positiv konstant. I første del af opgaven er dette den eneste type vekselvirkning i modellen, og den samlede energi af den skitserede tilstand er således  $-\epsilon$ .

a) Vis at systemet har 3 tilstande med energien  $-2\epsilon$ , 6 tilstande med energien  $-\epsilon$  og 1 tilstand med energien  $0\epsilon$ .

b) Beregn middelenegien i termisk ligevægt som funktion af temperaturen.

c) Beregn systemets entropi i termisk ligevægt som funktion af temperaturen.

d) Find entropien i grænsen  $T \rightarrow 0$  og i grænsen  $T \rightarrow \infty$ , og giv en fysisk fortolkning af af resultaterne.

I modellen medtages nu atomernes interaktion med væggene; Hvis et atom er nabo til en væg giver dette et bidrag på  $\delta$  til tilstandens samlede energi, hvor  $\delta$  er en konstant forskellig fra nul. I sidste del af opgaven er energien af tilstanden skitseret ovenfor således  $-\epsilon + 2\delta$ .

e) Angiv entropien af systemet i grænsen  $T \rightarrow 0$  for henholdsvis  $\delta > 0$  og  $\delta < 0$ .

## Opgave 2 (50%)

a) Vis at der generelt gælder følgende sammenhæng mellem trykstigningskoefficienten, udvidelseskoefficienten og den isoterme kompressibilitet:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\alpha_P}{\kappa_T} \quad (1)$$

Et system modelleres med følgende tilstandssum (hvor  $X$ ,  $b$  og  $y$  er positive konstanter):

$$Z = \left[ X \frac{(V - Nb)}{N} T^{\frac{y}{2}} \right]^N \quad (2)$$

b) Bestem systemets tilstandsligning, og eftervis at tilstandsligningen opfylder ligning (1).

c) Vis at der for modellen gælder  $\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = 0$ , hvor  $E$  er systemets interne energi i termisk ligevægt.

d) Bestem  $C_P$  og  $C_V$

e) Bestem modellens adiabatisk kompressibilitet,  $\kappa_S$ , som funktion af  $P$  og  $V$ . Eftervis at det fundne udtryk for  $\kappa_S$  opfylder den generelle sammenhæng:

$$\kappa_S = \kappa_T - \frac{TV\alpha_P^2}{C_P} \quad (3)$$

f) Giv en fysisk fortolkning modellen. Hvad er fortolkningen af konstanterne  $b$  og  $y$ ?